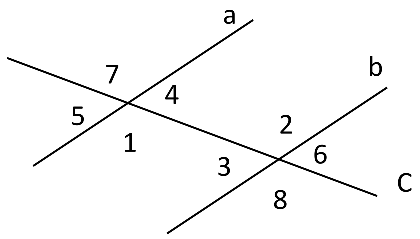
Справочник по геометрии 7-9

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ

Прямые *a* и *b* пересечены секущей *c*



$\angle 1$ и $\angle 2$; $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие углы

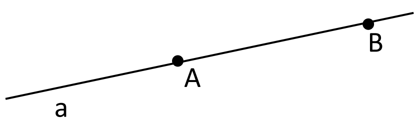
$\angle 1$ и $\angle 8$; $\angle 3$ и $\angle 5$ - соответственные углы

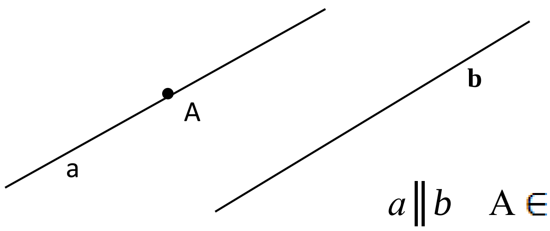
$\angle 2$ и $\angle 7$; $\angle 4$ и $\angle 6$ - соответственные углы

$\angle 1$ и $\angle 3$; $\angle 2$ и $\angle 4$ - односторонние углы

Признаки параллельности прямых	**Свойства углов при параллельных прямых**
$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b$ Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.	$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$ Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.
$\angle 1 = \angle 8 \Rightarrow a \parallel b$ Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.	$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 = \angle 8$ Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.
$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ \Rightarrow a \parallel b$ Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.	$a \parallel b \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180°.
$a \parallel b,\ a \parallel c \Rightarrow c \parallel b$ $\quad$ $a \perp b,\ a \perp c \Rightarrow c \parallel b$	

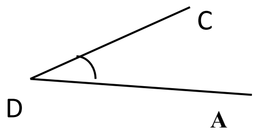
НЕКОТОРЫЕ АКСИОМЫ ПЛАНИМЕТРИИ

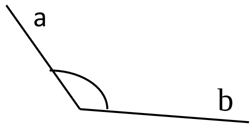
<table>
<tr>
<td>Через любые две различные точки проходит прямая, и притом только одна.


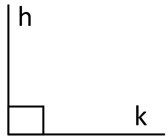
$A \in a \qquad B \in a$</td>
<td>Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.


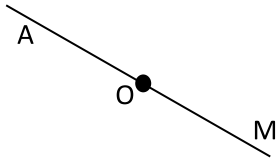
$a \parallel b \qquad A \in a$</td>
</tr>
</table>

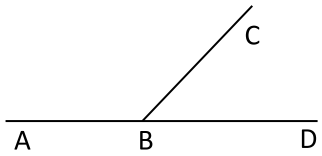
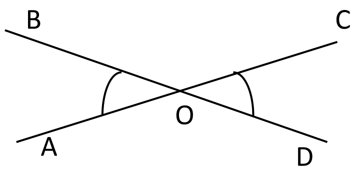
УГЛЫ

<table>
<tr>
<td>Острый угол
меньше прямого угла


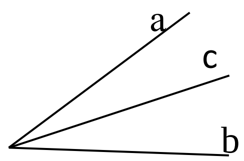
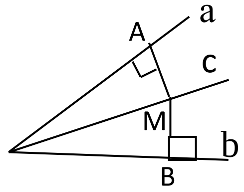
$\angle CDA < 90^\circ$</td>
<td>Тупой угол
больше прямого угла


$90^\circ < \angle ab < 180^\circ$</td>
<td>Прямой угол


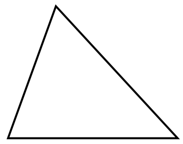
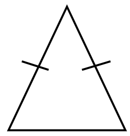
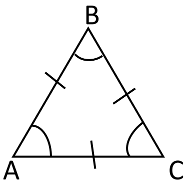
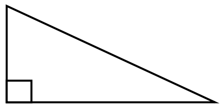
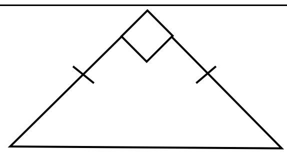
$\angle hk = 90^\circ$</td>
<td>Развернутый угол


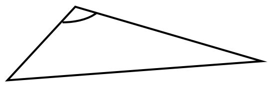
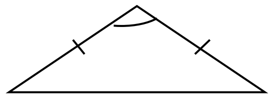
$\angle AOM = 180^\circ$</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Смежные углы

</td>
<td colspan="2">$\angle ABC$ и $\angle CBD$ – смежные углы
$\angle ABC + \angle CBD = 180^\circ$
Сумма смежных углов равна 180°.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Вертикальные углы

</td>
<td colspan="2">$\angle AOB$ и $\angle COD$ – вертикальные
$\angle AOB = \angle COD$
Вертикальные углы равны.</td>
</tr>
</table>

БИССЕКТРИСА УГЛА

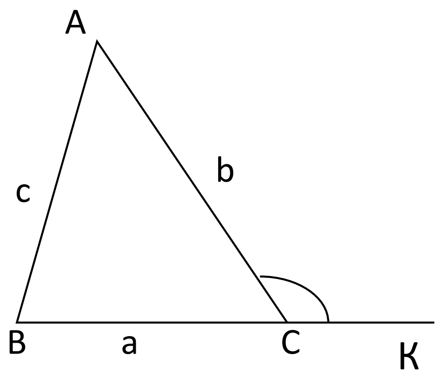
<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>c – биссектриса $\angle ab$
$\angle ac = \angle cb$
Луч c делит угол $\angle ab$ пополам</td>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>Свойство биссектрисы
AM = BM
Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от сторон угла.</td>
</tr>
</table>

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

<table>
<tr><th>Треугольник</th><th>Разносторонний</th><th>Равнобедренный</th><th>Равносторонний</th></tr>
<tr><td>Остроугольный
(все углы острые)</td><td>
все стороны разной длины</td><td>
две стороны равны</td><td>
все стороны равны</td></tr>
<tr><td>Прямоугольный
(один из углов – прямой)</td><td></td><td></td><td rowspan="2">$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$

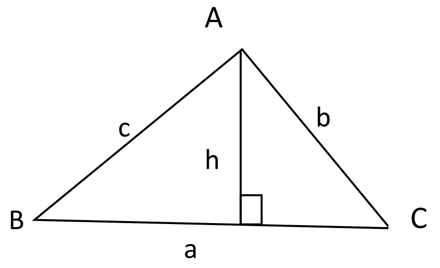
$P = 3a$, где
a - сторона,
P- периметр</td></tr>
<tr><td>Тупоугольный
(один из углов – тупой)</td><td></td><td></td></tr>
</table>

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td>Сумма углов треугольника равна 180˚.
$\angle A + \angle B + \angle C = 180˚$
Свойство внешнего угла: $\angle ACK = \angle A + \angle B$</td></tr>
<tr><td>Неравенство треугольника
$a < b+c \quad b < a+c \quad c < a+b$
Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
$a > b - c$, где $b > c$</td></tr>
<tr><td>Теорема о соотношениях между сторонами и углами треугольника
$b > c \Rightarrow \angle B > \angle C$ и $\angle B > \angle C \Rightarrow b > c$
В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.
Против большего угла лежит большая сторона.</td></tr>
<tr><td>Теорема синусов
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$
где R – радиус описанной окружности.
Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.</td><td>Теорема косинусов
$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
$a^2 = c^2 + b^2 - 2bc\cos A$
$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac\cos B$

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.</td></tr>
</table>

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА



Площадь треугольника равна половине произведения его стороны на высоту к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah$$

Другие формулы:

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{1}{2}cb\sin A$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ ,$$

где $p = \frac{a+b+c}{2}$ - полупериметр

$$S = pr\ ,$$

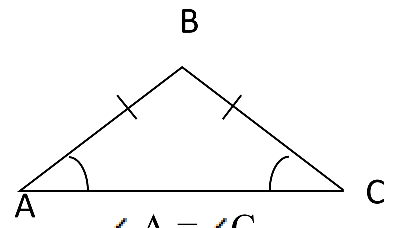
где r- радиус вписанной в треугольник окружности

$$S = \frac{abc}{4R}\ ,$$

где R – радиус описанной окружности

СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕНННОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны

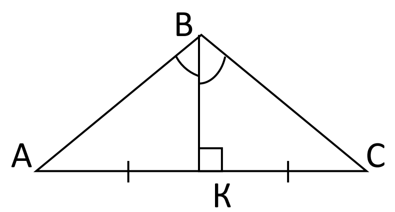


$\angle A = \angle C$,

AC – основание

AB и BC – боковые стороны

Биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой



BK – биссектриса

BK – медиана

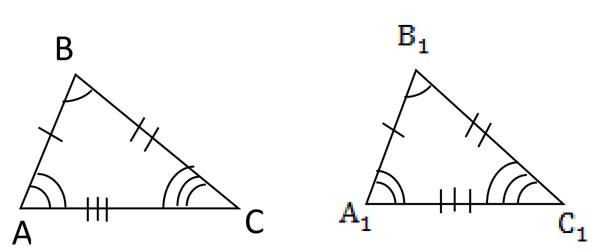
BK - высота

РАВНЫЕ И ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, значит,

$AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad CA = C_1A_1$

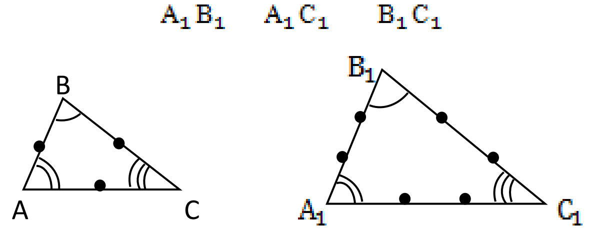
$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1 \quad \angle C = \angle C_1.$

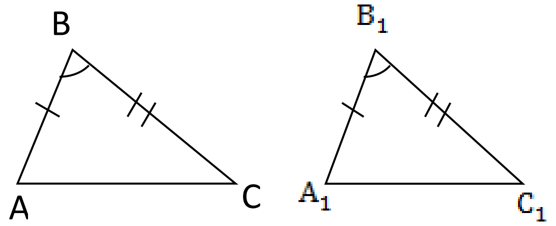
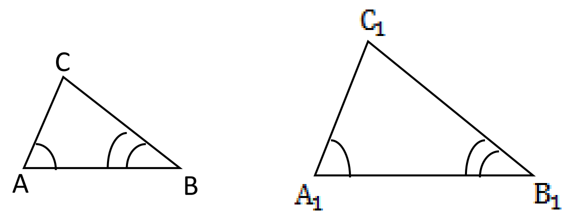
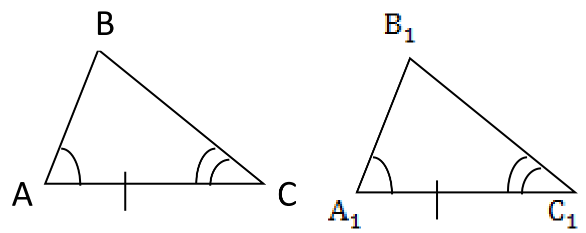
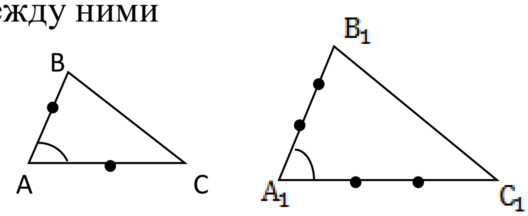
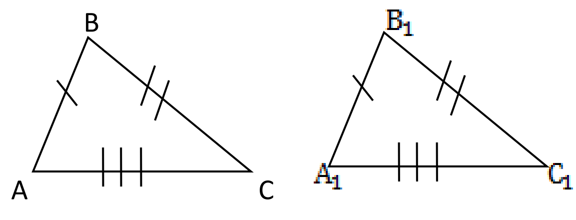
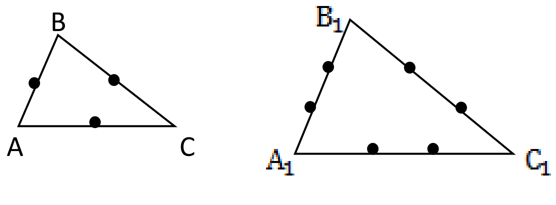


ΔABC подобен $\Delta A_1B_1C_1$, значит,

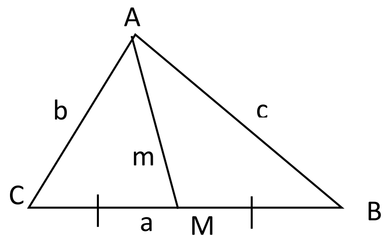
$\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1 \quad \angle C = \angle C_1$

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$$



ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ	ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ
По двум сторонам и углу между ними  $AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad \angle B = \angle B_1$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.	По двум углам  $\angle A = \angle A_1 \quad \angle B = \angle B_1$ ΔABC подобен $\Delta A_1B_1C_1$ Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
По стороне и двум прилежащим углам  $AC = A_1C_1 \quad \angle A = \angle A_1 \quad \angle C = \angle C_1$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.	По двум сходственным сторонам и углу между ними  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} \qquad \angle A = \angle A_1$ ΔABC подобен $\Delta A_1B_1C_1$ Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.
По трем сторонам  $AB = A_1B_1 \quad CB = C_1B_1 \quad AC = A_1C_1$ $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.	По трем сходственным сторонам  $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$ ΔABC подобен $\Delta A_1B_1C_1$ Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

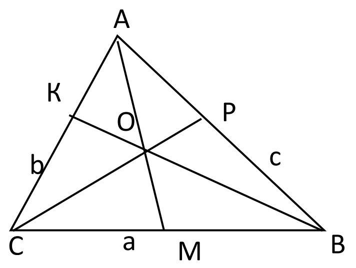
ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЛИНИИ В ТРЕУГОЛЬНИКЕ

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>

AM – медиана в Δ ABC

точка M – середина BC

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

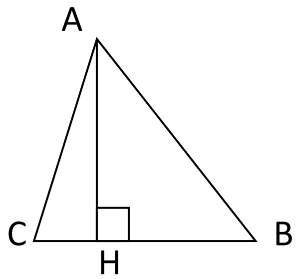
Свойство медиан

CO:OP = AO:OM = BO:OK = 2:1

Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1.

$$AM = m = \frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}$$

формула для вычисления медианы

</td>
</tr>
<tr>
<td>


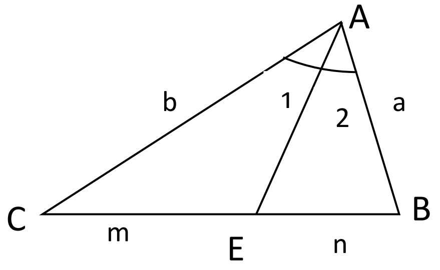
</td>
<td>

AH – высота ΔABC

AH - перпендикуляр, опущенный из точки A на прямую BC

Свойство высот

Высоты треугольника пересекаются в одной точке треугольника.

</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>

AE – биссектриса ΔABC

$\angle 1 = \angle 2$ ($\angle CAE = \angle BAE$)

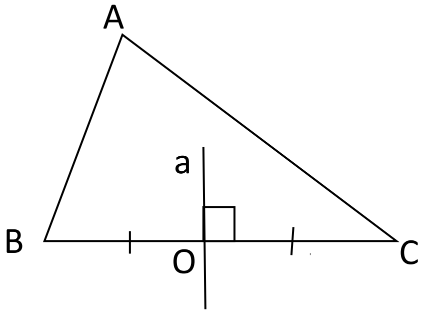
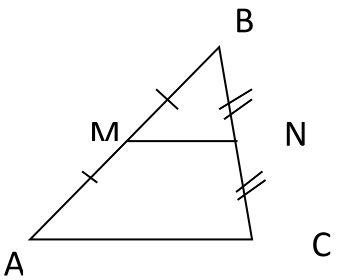
Свойства биссектрисы треугольника

Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке (центре вписанной окружности).

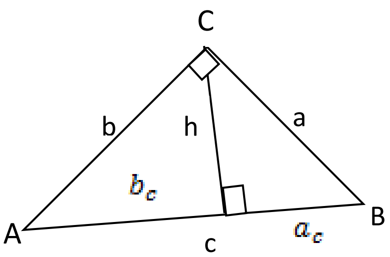
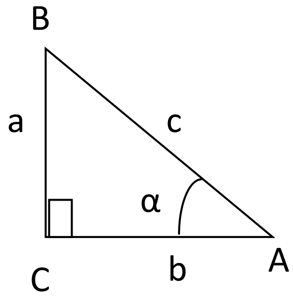
Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

$$\frac{a}{b} = \frac{n}{m}$$

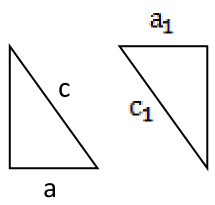
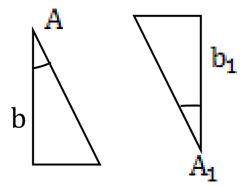
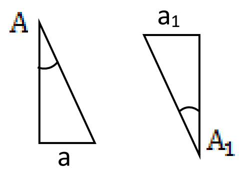
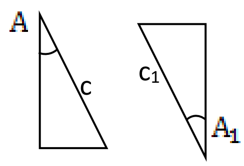
</td>
</tr>
</table>

	Прямая a – серединный перпендикуляр $O \in a$ $OC = OB$ $a \perp BC$ **Свойство серединных перпендикуляров** Серединные перпендикуляры пересекаются в одной точке (центре описанной окружности)
	MN – средняя линия ΔABC точка M - середина AB, N – середина BC **Свойство средней линии треугольника** $MN \parallel AC; \quad MN = \frac{1}{2} AC$ Средняя линия параллельна одной из сторон и равна её половине.

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Основные соотношения в прямоугольном треугольнике		
	**Теорема Пифагора** $c^2=a^2+b^2$ Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.	Пропорциональные отрезки $h^2 = a_c b_c$ $a^2 = a_c c$ $b^2 = b_c c$ $h = \frac{ab}{c}$
 $\angle C = 90^0$ $\angle A = \alpha$ c = AB – гипотенуза a = BC – катет, противолежащий к α b = AC – катет, прилежащий к углу α	СИНУС Отношение противолежащего катета к гипотенузе	$\sin\alpha = \frac{a}{c}$
	КОСИНУС Отношение прилежащего катета к гипотенузе	$\cos\alpha = \frac{b}{c}$
	ТАНГЕНС Отношение противолежащего катета к прилежащему	$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b}$
	КОТАНГЕНС Отношение прилежащего катета к противолежащему	$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a}$

Свойства прямоугольного треугольника			
$\angle A + \angle B = 90^\circ$ Сумма острых углов в прямоугольном треугольнике равна 90°	$\angle A = 30^\circ \Rightarrow a = \frac{1}{2}c$ Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы	$a = \frac{1}{2}c \Rightarrow \angle A = 30^\circ$ Если катет равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°	$m = \frac{1}{2}c = R$ Медиана, проведенная к гипотенузе, равна её половине и является радиусом описанной окружности

Признаки равенства прямоугольных треугольников			
По гипотенузе и катету  $a = a_1 \quad c = c_1$	По катету и прилежащему острому углу  $\angle A = \angle A_1 \quad b = b_1$	По катету и противолежащему острому углу  $\angle A = \angle A_1 \quad a = a_1$	По гипотенузе и острому углу  $\angle A = \angle A_1 \quad c = c_1$

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\alpha = 1$	$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ – **основное тригонометрическое тождество** $\left.\begin{array}{l} \sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha \\ \cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha \\ \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha \\ \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha \end{array}\right\}$ формулы приведения

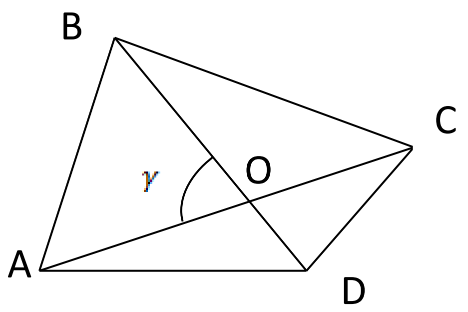
ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА НЕКОТОРЫХ УГЛОВ

α	30˚	45˚	60˚
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

ABCD – четырехугольник

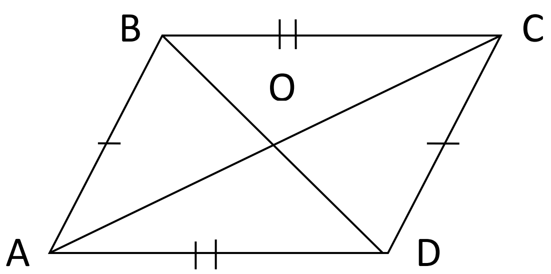
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$



$$S = \frac{AC \cdot BD \cdot \sin\gamma}{2}$$

AC, BD - диагонали

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ



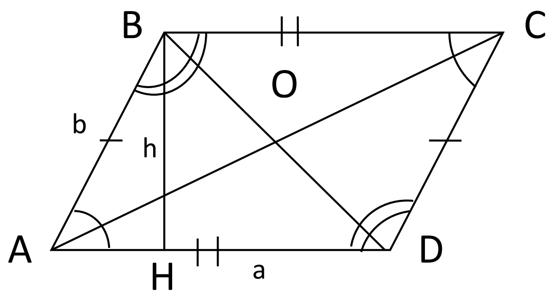
ABCD- параллелограмм

AB ‖ CD

BC ‖ AD

Параллелограммом называется четырехугольник, у которого стороны попарно параллельны.

СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

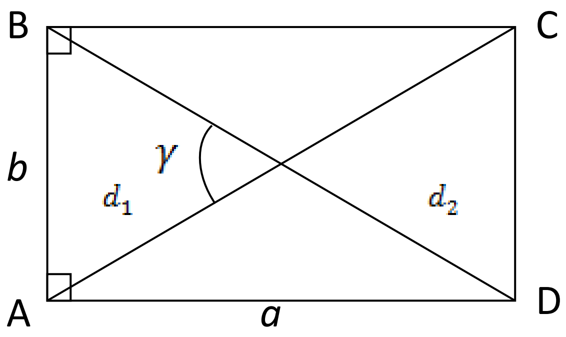
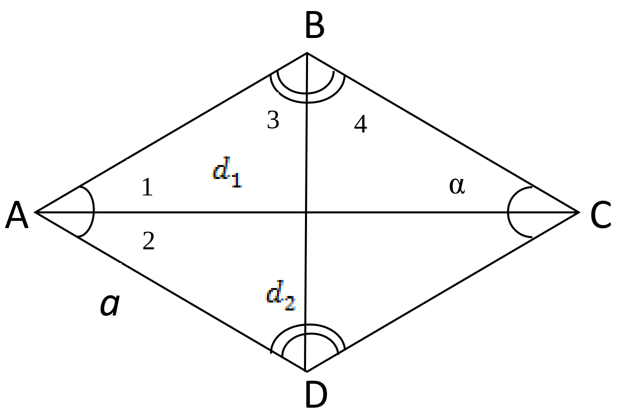
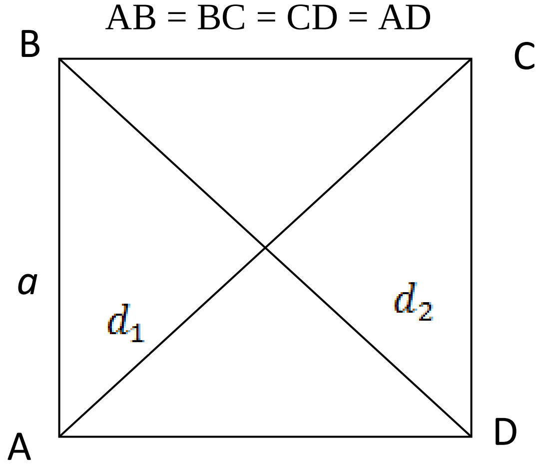


Свойства параллелограмма	Признаки параллелограмма
1) AB=CD; BC=AD $\angle$A= $\angle$C; $\angle$B=$\angle$D В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны 2) AC $\cap$ BD = O, AO = OC, BO = OD Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам. 3) $\angle A + \angle B = 180^0$ В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180^0 4) $d_1{}^2 + d_2{}^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ где $d_1 = AC$; $d_2 = BD$ – диагонали; $a = AD$; $b = AB$; $c = BC$; $d = CD$ – стороны 5) $P = 2(a + b)$ – периметр параллелограмма, где a = AD; b = AB	1) (AB∥CD; AB = CD) $\Longrightarrow$ (ABCD-параллелограмм) Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырехугольник – параллелограмм. 2) (AB = CD; BC = AD) $\Longrightarrow$ (ABCD-параллелограмм) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм 3) (AO = OC; BO = OD, где O = AC $\cap$ BD) $\Longrightarrow$ (ABCD-параллелограмм) Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм

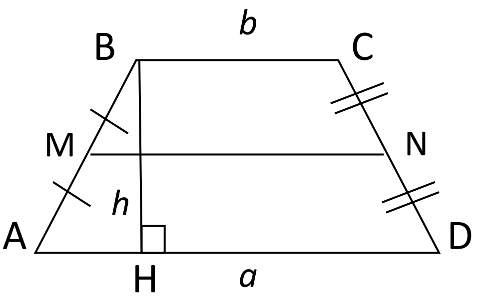
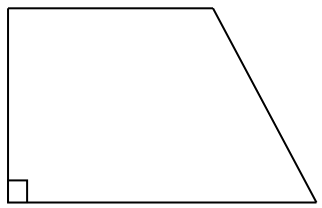
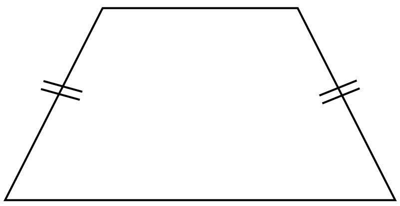
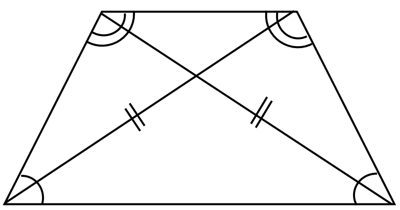
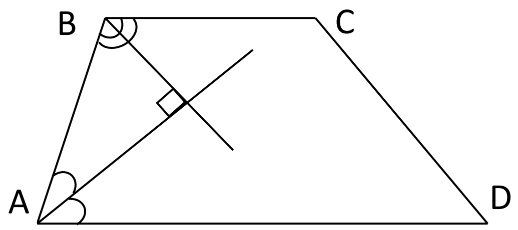
ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

$S = ah$, где a = AD – основание h = BH – высота	$S = ab\cdot \sin\alpha$, где a = AD, b = AB, $\angle a = \angle BAD$	$S = \frac{AC\cdot BD\cdot \sin\angle AOB}{2}$	$S = 4\cdot S_{\Delta AOB}$

ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Вид	Свойства	Формулы
ABCD – прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$  	$d_1 = d_2$ Диагонали прямоугольника равны.	$S = ab$ $S = \frac{d_1{}^2 \sin\gamma}{2}$ – площадь $P = 2(a + b)$ - периметр $d_1{}^2 = a^2 + b^2$ где d_1, d_2 – диагонали, a, b – стороны прямоугольника
ABCD – ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны AB = BC = CD = AD  	$\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $d_1 \perp d_2$ Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам	$S = a^2 \sin\alpha$ $S = \frac{d_1 d_2}{2}$ - площадь $P = 4a$ – периметр $d_1{}^2 + d_2{}^2 = 4a^2$ где d_1, d_2 - диагонали, a – сторона ромба, α – угол ромба
ABCD – квадрат - это прямоугольник, у которого все стороны равны AB = BC = CD = AD  	$d_1 = d_2$ $d_1 \perp d_2$ Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы квадрата пополам. $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$	$S = a^2$ – площадь $S = \frac{d_1{}^2}{2}$ $S = \frac{1}{2} Pr$, где r – радиус вписанной окружности $P = 4a$ - периметр $d_1 = a\sqrt{2}$ где d_1, d_2 - диагонали, a – сторона квадрата

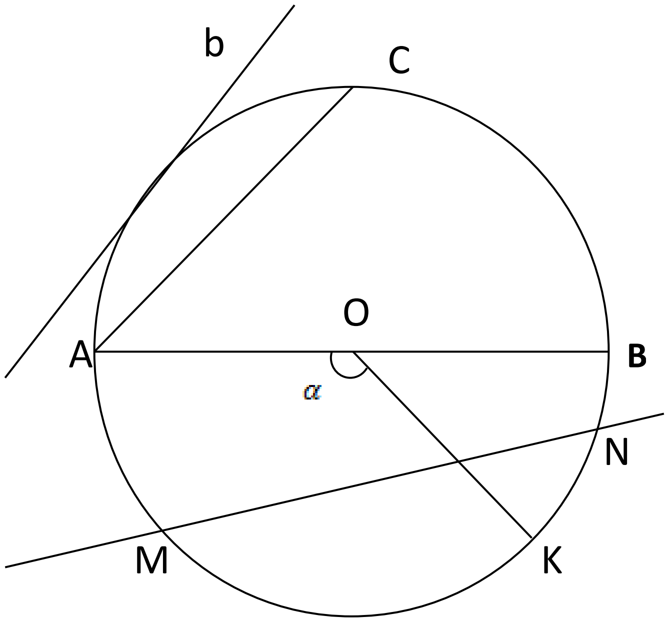
ТРАПЕЦИЯ

	ABCD - трапеция AD = a, BC = b – основания AB, CD – боковые стороны BH = h - высота AD‖BC; $S=\frac{(a+b)h}{2}$ MN – средняя линия трапеции, где M – середина AB N – середина CD MN ‖ BC; MN ‖ AD; MN=$\frac{BC+AD}{2}$ Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.
	Трапеция **прямоугольная**, если один из углов прямой
	Трапеция **равнобедренная**, если ее боковые стороны равны
	В равнобедренной трапеции: 1) диагонали равны; 2) углы при основании равны; 3) середины сторон являются вершинами ромба.
	Биссектрисы углов, прилежащих к боковой стороне, перпендикулярны

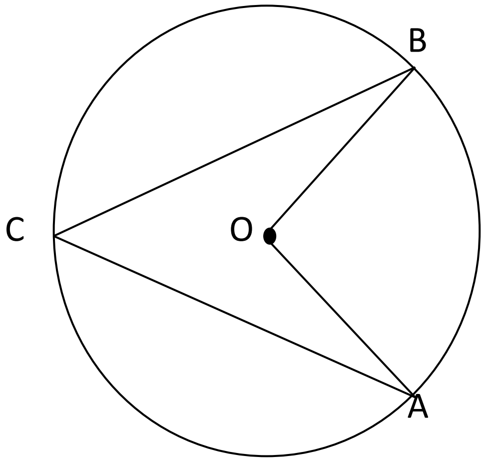
ОКРУЖНОСТЬ

Окр. (О; r)
т. О – центр окружности
OK = OB = OA = r – радиус
AB = d – диаметр
b – касательная
AC – хорда
MN - секущая
$\overset{\smile}{AK}$ - дуга окружности

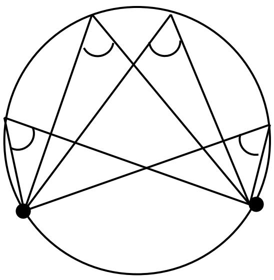
$d = 2r$
$C = 2\pi r$ - длина окружности
$C = \pi d$
$L = \frac{r\pi\alpha}{180°}$ - длина дуги



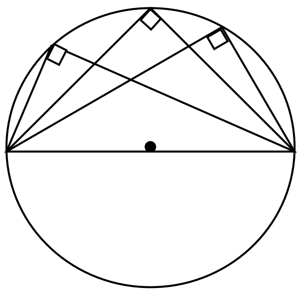
$\overset{\smile}{AB}$ - дуга окружности
$\angle$AOB - **центральный угол**
$\angle AOB = \overset{\smile}{AB}$
Градусная мера центрального угла равна градусной мере дуги, на которую он опирается.
$\angle$ACB – **вписанный угол**
$\angle ACB = \frac{\overset{\smile}{AB}}{2}$
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую опирается.
$\angle ACB = \frac{\angle AOB}{2}$, если $\overset{\smile}{AB}$ меньше полуокружности



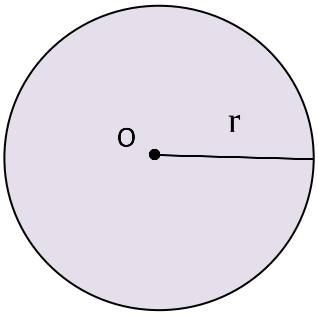
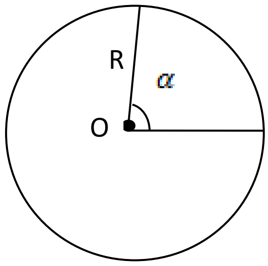
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.



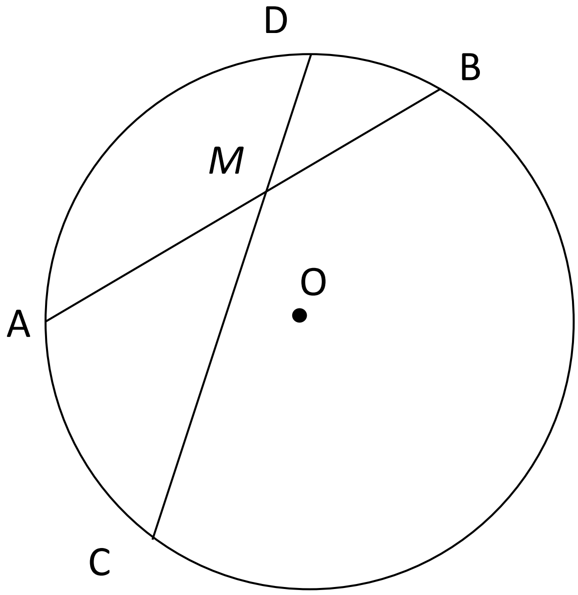
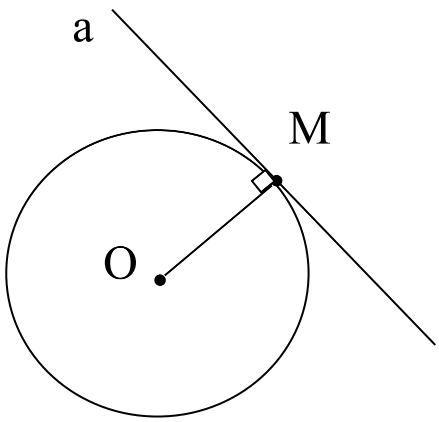
Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.

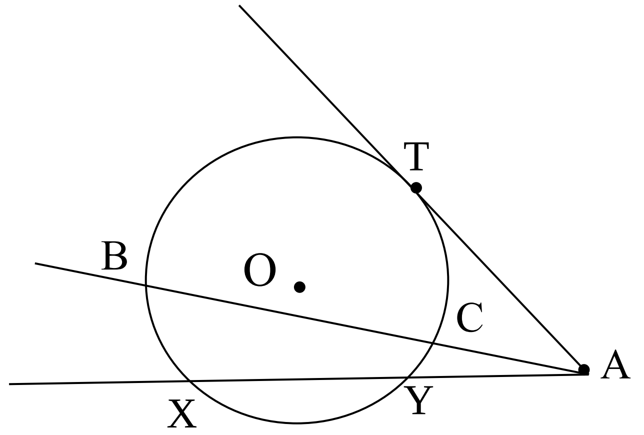
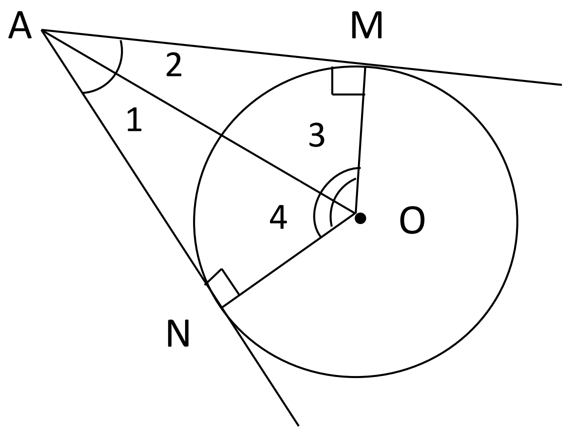


ПЛОЩАДЬ

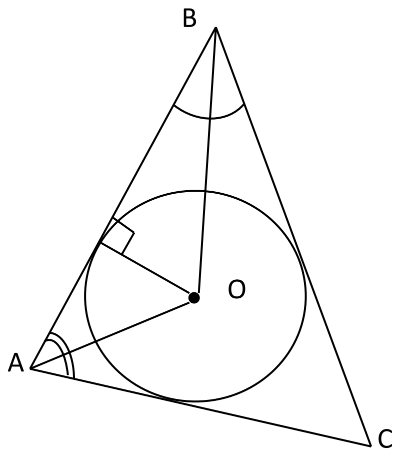
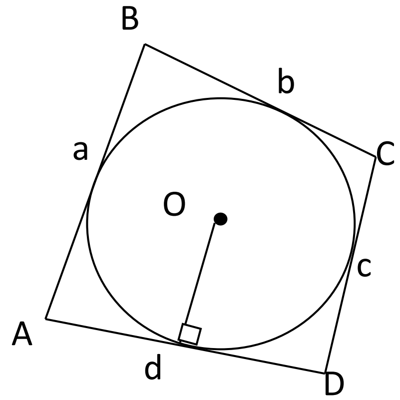
Площадь круга	Площадь сектора
	
$S = \pi r^2$	$S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$

СВОЙСТВА ОКРУЖНОСТИ И ЕЁ ЭЛЕМЕНТОВ

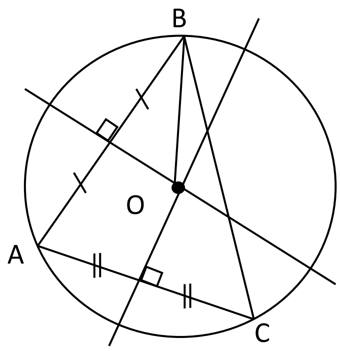
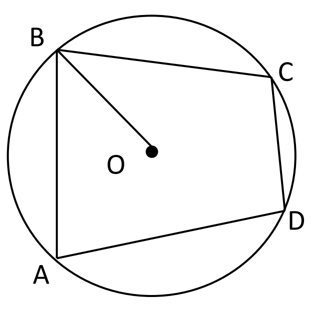
Свойство хорд AB; CD – хорды $AB \cap CD = M$ $AM \cdot MB = CM \cdot MD$ Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.	
Свойство касательной OM – радиус a – касательная M – точка касания $OM \perp a$ Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.	

AT – касательная AB; AX – секущие $AT^2 = AX \cdot AY$ $AT^2 = AB \cdot AC$	
AM, AN – касательные M, N – точки касания AM = AN $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 4$ Отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.	

ВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

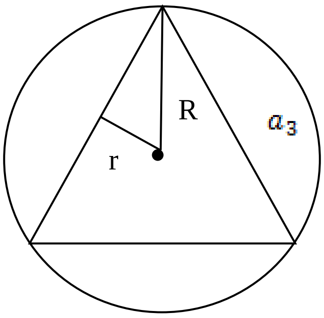
	В любой треугольник можно вписать окружность. Её центр – точка пересечения биссектрис треугольника. $r = \frac{2S}{a+b+c}$ - радиус вписанной окружности a, b, c – стороны треугольника S – площадь треугольника
	В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность, только если: $a + c = b + d,$ где a, b,c, d- стороны четырехугольника

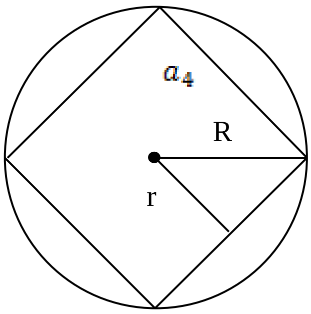
ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

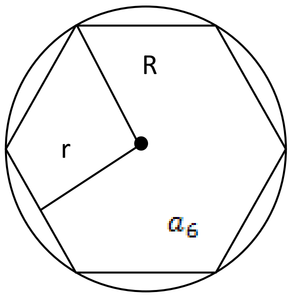
	Около любого треугольника можно описать окружность. Её центр – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. $R = \frac{abc}{4S}$ - радиус описанной окружности a, b, c – стороны треугольника S – площадь треугольника
	Около выпуклого четырехугольника можно описать окружность, только если: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180°$

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ

Правильным многоугольником называется выпуклый многоугольник, у которого все углы равны и все стороны равны.







$\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180°$ – вычисление угла многоугольника

$a_n = 2R\sin\frac{180°}{n}$ – сторона многоугольника

$S = \frac{1}{2} \cdot Pr$ - площадь

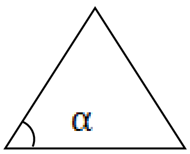
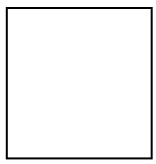
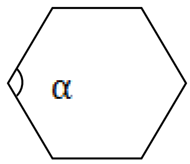
$r = R\cos\frac{180°}{n}$

n – число сторон

R – радиус описанной окружности

r – радиус вписанной окружности

P – периметр

	треугольник 	квадрат 	шестиугольник 
$\angle\alpha$	60°	90°	120°
a	$a_3 = R\sqrt{3}$	$a_4 = R\sqrt{2}$	$a_6 = R$
R	$R = \frac{a_3}{\sqrt{3}}$	$R = \frac{a_4}{\sqrt{2}}$	$R = a_6$
r	$r = \frac{1}{2}R$	$r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$	$r = \frac{\sqrt{3}}{2}R$

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Расстояние между точками	$A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
Координаты (x; y) середины отрезка AB с концами $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$	$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
Общее уравнение прямой, перпендикулярной вектору $\vec{n}\{a; b\}$	$ax + by + c = 0$
Уравнение окружности с радиусом R и с центром в точке $(x_0; y_0)$	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$
Если $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, то координаты вектора $\overrightarrow{AB}$:	$\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$
Сложение векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\} + \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 + b_1;\ a_2 + b_2\}$ $\vec{a}\{a_1; a_2\} - \vec{b}\{b_1; b_2\} = \vec{c}\{a_1 - b_1; a_2 - b_2\}$
Умножение вектора $\{\overrightarrow{a_1; a_2}\}$ на число λ	$\{\overrightarrow{a_1; a_2}\}\lambda = \{\overrightarrow{\lambda a_1; \lambda a_2}\}$
Скалярное произведение векторов: $\vec{a}$ и $\vec{b}$	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert \cdot \cos\varphi$ где φ - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$
Скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$
Косинус угла между векторами: $\vec{a}\{a_1; a_2\}$ и $\vec{b}\{b_1; b_2\}$	$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\lvert \vec{a} \rvert \cdot \lvert \vec{b} \rvert} = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$
Необходимое и достаточное условие перпендикулярности векторов	$\vec{a}\{a_1; a_2\} \perp \vec{b}\{b_1; b_2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ или $a_1b_1 + a_2b_2 = 0$